Classifications, histoire et problèmes formels

Daniel Parrochia
(Université Jean Moulin - Lyon III)

On appelle «classification» l'opération consistant à ventiler une multiplicité phénoménale en différents groupes ou classes (hiérarchisées ou non, nettes ou floues, empiétantes ou pas) permettant de rassembler des individus en sous-ensembles moins nombreux qu'eux. C'est aussi – et surtout – le résultat d'une telle opération. Celle-ci, depuis qu'elle existe, soulève des difficultés et n'a cessé de rencontrer des objections. Avant d'essayer de la décrire et d'en raconter l'histoire, donnons d'abord la parole aux opposants.

1. Classer est-il possible? Les objections de principe.

Rappelons que la philosophie, entreprise pourtant systématique, et qui, on a pu le montrer, n'a cessé d'user de structures classificatoires[1], compte aussi les plus grands opposants à l'entreprise taxinomique. En voici quelques exemples :

a) Parmi les réticents, il faudrait déjà nommer Socrate, présenté par Platon comme «atopos», ce qui veut dire «étrange», «bizarre», mais signifie mot à mot, «sans lieu», «sans site», c'est-à-dire «inclassable», situation dont il tirait d'ailleurs parti pour débusquer les «sophistes» et exercer en toutes circonstances, sa liberté de jugement et la forme de pensée «critique» qui l'a rendu si célèbre.

b) Au XVIIIe siècle, Diderot, pourtant à l'origine de *L'Encyclopédie*, a lancé, dans le *Supplément au voyage de Bougainville*, une violente tirade anti-taxinomique : «Méfiez-vous de celui qui veut mettre de l'ordre. Ordonner, c'est toujours se rendre le maître des autres en les gênant»[2]. Certes, les ordonnancements ne sont pas toujours neutres, et l'opération qui consiste à ranger, ventiler, distribuer ou hiérarchiser peut avoir des conséquences philosophiques, morales et politiques. Néanmoins, on ne doit pas confondre l'outil et ses usages.

c) Plus près de nous, on observera que la plupart des philosophies contemporaines ont cru bon de faire l'éloge de la «différence», d'une différence absolue, d'une différence «sans concept», au point de faire apparaître l'entreprise taxinomique comme une maniaquerie passagère, et l'ordre, à la limite, comme parfaitement contingent. M. Foucault, dans son célèbre ouvrage *Les Mots et les Choses* – livre-culte de toute une génération –, a suggéré que l'histoire n'était qu'une succession d'ordres arbitraires (épistémè) séparés par des failles trahissant des phénomènes de subreption violente. D'où la référence initiale de cet auteur à la célèbre classification chinoise évoquée par Borgès, et qui aurait divisé les animaux en : a) appartenant à l'empereur ; b) embaumés ; c) apprivoisés; d) cochons de lait ; e) sirènes ; f) fabuleux ; g) chiens en liberté ; h) inclus dans la présente classification ; i) qui s'agitent comme des fous ; j) innombrables ; k) dessinés avec un pinceau très fin en poil de chameau ; l) et cetera ; m) qui viennent de casser la cruche ; n) qui de loin semblent des mouches[3]. M. Foucault en tire évidemment de quoi mettre en cause la pertinence de toute espèce de rangement : «Dans l'émerveillement de cette taxinomie, écrit-il, ce qu'on rejoint d'un bond, ce qui, à la faveur de l'apologue, nous est indiqué comme le charme exotique d'une autre pensée, c'est la limite de la nôtre : *l'impossibilité nue de penser cela* »[4]. Mais il ne s'agit guère, en fait, des limites de *notre* pensée : ce que remet en cause le texte de Borgès, ce n'est ni plus ni moins que la possibilité de classer, c'est-à-dire, à la limite de penser. On aura noté, en effet, les différentes mises en cause de cette possibilité : 1) Les classes s'intersectent ; 2) Certaines d'entre elles sont indéfinissables, soit parce que la multiplicité qu'elles sont censées contenir est mal définie («et cetera» ou encore «innombrables»), soit parce qu'elle est fonction du temps, et donc en perpétuelle modification («qui viennent de casser la cruche») ; 3) Une classe au moins (la classe des animaux «inclus dans la présente classification») rend paradoxale[5], donc à la limite impossible, toute l'opération taxinomique. C'est donc d'une mise en cause profonde de la notion d'ordre qu'il s'agit. D'ailleurs, pour M. Foucault, les ordres et les classifications sont des structures de surface qui s'ancrent dans un sol aux stratifications complexes qui, lui seul, mérite d'être fouillé : d'où l'idée d'une «archéologie du savoir», qui se substituerait à l'histoire, interrogeant moins ce qui est (les grands événements bruyants) que ce qui se révèle dans ce qui est de mouvements plus profonds, plus opaques, plus «sourds». Comme dans la géologie moderne, l'ordre apparent des surfaces n'existerait donc, pour Foucault, que sur fond d'une sorte de «dérive des continents» qui causerait, ici et là, de façon assez immotivée, des fractures et des failles dont nous tentons de fournir, bien en vain, des explications rationnelles.

d) Mais nous n'en avons pas fini avec les antitaxinomistes. L'écrivain Georges Perec, a pu livrer l'observation suivante : les verbes français traduisant l'action de classer sont innombrables : cataloguer, classifier, découper, énumérer; grouper, hiérarchiser, lister, numéroter, ordonnancer, ordonner, ranger, regrouper, répartir. Et encore : caractériser, définir, discriminer, distinguer, distribuer, marquer, opposer, etc[6].

Face à cette prolifération, on peut craindre d'emblée que le spécialiste des classifications ne doive d'abord s'attacher à organiser son propre vocabulaire. D'où le verdict finalement négatif de Pérec, qui villipende les encyclopédistes de tout bord : «Tellement tentant de vouloir distribuer le monde entier selon un code unique, une loi universelle régirait l'ensemble des phénomènes : deux hémisphères, cinq continents, masculin et féminin, animal et végétal, singulier et pluriel, droite ou gauche, quatre saisons, cinq sens, six voyelles, sept jours, douze mois, vingt-six lettres. Malheureusement, ça ne marche pas, ça n'a même jamais commencé à marcher, ça ne marchera jamais...»[7].

Pourtant, malgré le talent des auteurs que nous venons de citer, et dont les remarques peuvent être, parfois, salutaires, nous ne céderons pas un pouce au lobby anticlassificatoire. Si classer, en effet, n'est une opération ni neutre, ni totalement autonome, et certainement pas exempte de toute détermination extérieure, nous nous garderons pourtant d'en faire un exercice arbitraire ou gratuit.

De nombreux bénéfices, en effet, accompagnent l'entreprise taxinomique :

1° Il s'agit de substituer un ordre rationnel et régulier à des multiplicités empiriques chaotiques et enchevêtrées;

2° On réduit par là la dimension des ensembles : une fois constituées des classes d'équivalence, il suffit, en effet, de travailler sur les classes et non plus sur les éléments. Le domaine en est donc d'autant simplifié.

3° L'opération taxinomique s'accompagne donc d'une double économie : d'une part, la diminution-compression des données de départ réalise un allègement, qui soulage l'esprit ; d'autre part, une plus-value intellectuelle corrélative est réalisée : on comprend mieux ce qui se représente clairement. D'où la formule frappante (quoique paradoxale) de F. Dagognet : «Moins est plus»[8].

2. La formation du concept de classification. Brève histoire des problèmes taxinomiques

Si on laisse de côté la préhistoire et les premiers rangements des sociétés dites «primitives», où les ethnologues ont révélé l'importance des taxinomies, sans qu'on sache si, réellement, ces modèles sont conscients dans ces sociétés[9], nous distinguerions volontiers quatre époques dans le devenir des problèmes taxinomiques : de Platon et Aristote aux grands taxinomistes du XVIIIe siècle, on examinera d'abord les premières classifications qui sont des classifications hiérarchiques et généralement monocritères. Dans le courant du XVIIIe siècle, on voit apparaître des classifications hiérachiques qui sont à la fois multicritères (un domaine peut être multiplement co-divisé) et virtuellement infinies. C'est seulement à partir de la fin du XVIIIe et du début du XIXe, avec les tableaux chimiques (de Lavoisier, puis Mendeleiev) qu'on découvre ce qu'on pourrait appeler des classifications combinatoires ou des ordres multiples croisés. Enfin, dans le courant du XXe siècle et la période contemporaine, la taxinomie trouve à la fois des modèles algèbriques rigoureux (ordres partiels, treillis) et devient numérique. Bientôt elle s'automatisera et s'informatisera (analyse factorielles et multifactorielles), se nuançant dans le même temps de toutes les manières possibles (classifications empiétantes, floues, arbres «hybrides» dont les objets ne sont pas tous situés aux extrémités, etc.). C'est d'abord cet immense mouvement que nous voudrions rapporter ici.

2.1. L'antiquité : classifications hiérarchiques et processus dichotomiques

«Une tendance typique de l'esprit grec, écrivait l'historien R. Joly, est de vouloir réduire une réalité complexe et multiple à quelques catégories qui satisfassent la raison, tant par leur nombre restreint que par le sens clair et précis qui s'attache à chacune d'elles»[10]. Ainsi, Platon (427-347) classe toute espèce de choses : les «genres de vie», la forme des constitutions, les plaisirs et les arts, les occupations et les métiers, les modes de connaissance et de non-connaissance, les positions philosophiques, etc. Les classifications platoniciennes sont typiquement hiérarchiques, très souvent dichotomiques et, presque toujours fondées sur un seul critère. Ainsi, dans le Gorgias (465 c), Platon divise l'ensemble des pratiques en pratiques concernant le corps et pratiques concernant l'âme, puis subdivise chaque groupe en deux sous-classes : gymnastique et médecine du côté du corps, législation et justice du côté de l'âme. Le même schéma est ensuite utilisé pour parler des contrefaçons de ces arts, tels que le sophiste les pratique. Semblablement, en *République* (510 a), l'ensemble de la réalité est divisée en lieu visible et lieu invisible, chaque catégories étant aussi subdivisée en deux : les images ou simulacres et les choses ou vivants réels, du côté du lieu visible; les objets mathématiques et les Idées, du côté du lieu invisible. On décèlerait, dans les *Dialogues*, de nombreuses classifications de ce genre, parfois moins symétriques, parfois plus profondes (comportant un plus grand nombre de niveaux).

Platon est donc tout à fait conscient de l'existence de ces classifications, dont il énonce d'ailleurs les règles auxquelles elles doivent obéir :

1° Comme il l'écrit dans le *Politique* (262 a), il convient d'opérer des partages symétriques, afin d'avoir des classes équilibrées : ainsi, si on classe les peuples, il conviendra d'éviter d'opposer les Grecs aux autres, car l'une des classes sera pléthorique et l'autre n'aura qu'un élément[11].

2° Comme un bon cuisinier (*Phèdre*), il faudra également choisir les bonnes articulations : si on coupe parmi les nombres, cela n'a pas de sens d'opposer le dix millième aux 9999 premiers. En revanche, les oppositions pair/impair ou premier/non premier recouvriront, elles, une réalité objective. Il y a donc des classes plus stables que d'autres : c'est elles qu'il convient de construire.

3° Enfin, on évitera, d'une manière générale, les déterminables négatifs (opposer non-A à A) : comme il est impossible que le non-être ait des espèces, ce genre de découpage bloque les déterminations ultérieures.

Platon, hélas, n'a pas toujours observé ces sages préceptes et sa méthode a dû ainsi subir les foudres d'Aristote.

Aristote (384-322) a mené une sévère critique de la méthode platonicienne dans divers textes que l'on peut regrouper ainsi[12] :

1° Dans les *Analytiques premiers* (1,31) la méthode platonicienne de division/classification est qualifiée de «syllogisme impuissant» : l'idée est qu'une classification (ou une série de divisions successives) n'a pas de valeur démonstrative. Pourquoi?

2° L'explication est donnée dans un autre texte (*Analytiques seconds*, II,5), où Aristote suggère les raisons suivantes :

a) Quand on détermine une classe à l'aide d'une série d'attributs ou de prédicats successifs, le passage d'un prédicat à un autre est contingent (à chaque nouvel attribut, on est en droit de se demander pourquoi celui-ci et pas un autre);

b) Inversement, si, en bout de course, on essaie de reconstituer la classe de départ, on peut alors très bien n'avoir, en fait, qu'une rhapsodie de prédicats ou d'attributs successifs à l'aide desquels on ne parviendra jamais à effectuer une véritable synthèse.

3° Dans un troisième texte (*Partie des Animaux*, 642a-643b) quatre autres reproches sont menés à l'encontre de Platon :

a) Les différences introduites par dichotomies peuvent être purement négatives (et donc ne pas définir un être réel) ;

b) Si les divisions sont binaires, il faut alors présupposer que le nombre des espèces primitives est nécessairement une puissance de 2 (hypothèse lourde et peu plausible);

c) Dans une division, une différence peut se trouver appartenir à des espèces primitives distinctes (par exemple, «bipédie» peut valoir pour certains animaux comme pour l'homme. Mais, selon Aristote, il ne peut s'agir de la même bipédie);

d) Enfin, la division platonicienne mélange des perspectives extensionnelles et intensionnelles. Elle identifiera ainsi le triangle (qui est un genre) à l'une de ses propriétés (égalité de la somme de ses angles à 2D).

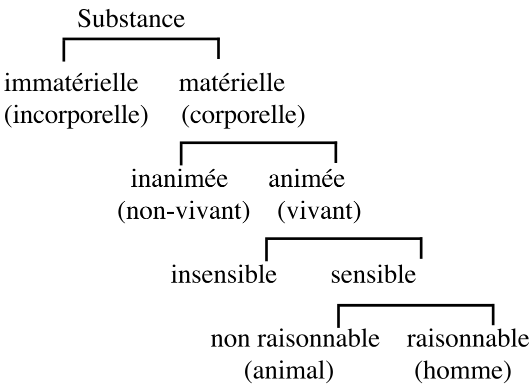
Aristote entend donc rationaliser l'art de diviser et de classer.

Dans les *Topiques* (I, chap. 1), il introduit les définitions des notions de genre, d'espèce, de propriété, et toute une théorie des «prédicables» fondamentaux (ce qu'on peut dire en général d'une chose) qui sera développée ultérieurement par Porphyre et Boèce. Cette théorie repose sur l'opposition de l'essence et de l'accident.

L'essence étant l'ensemble des caractères qui définissent une chose (une «substance» - upokeimenon) et l'accident ce dont la présence ou l'absence ne modifie pas l'essence, on peut, à partir de là, organiser les prédicables fondamentaux en un tableau caractéristique : un prédicable est soit essentiel, soit accidentel; s'il est essentiel, soit il découle de l'essence, soit il la constitue; mais soit il la constitue alors totalement (et c'est une espèce), soit il la constitue partiellement; dans ce dernier cas, il est soit un genre (partie commune à plusieurs espèces), soit une différence spécifique (partie spéciale à telle ou telle espèce).

Il découle de là que les genres et les espèces forment une hiérarchie dont les termes supérieurs sont attribuables à ceux qui leur sont inférieurs, et l'on va ainsi des genres suprêmes aux espèces ultimes ou infimes (species infimae). L'individu est le sujet ultime de toute attribution : toutes les notions supérieures peuvent lui être attribuées mais lui-même n'est pas un universel, par conséquent il n'est pas un prédicable, et n'est donc pas objet de science.

Dans le prolongement de ces réflexions, la tradition aristotélicienne sera amenée à préciser la hiérarchie des genres et des espèces : les genres subordonnés jouent le rôle d'espèces vis à vis des genres supérieurs et les espèces d'un genre donné jouent le rôle de genres vis à vis des espèces inférieures. Les termes de «suprême», d'«intermédiaire» et d'«infime» en viennent ainsi à s'appliquer aussi bien aux espèces qu'aux genres. Le célèbre «arbre de Porphyre» (234-305) illustre cette subordination des genres et des espèces :



A la suite de cette entreprise de systématisation, le Moyen-Âge verra se développer la fameuse querelle des universaux, d'ailleurs née dans un célèbre texte de Porphyre, tiré de son *Commentaire* sur les Catégories d'Aristote :

«En ce qui concerne les genres et les espèces : subsistent-ils en eux-mêmes ou ne sont-ils contenus que dans les pures conceptions intellectuelles, sont-ils des substances corporelles ou incorporelles; sont-ils séparés enfin des choses sensibles ou y sont-ils impliqués, y trouvant leur consistance? Je me garderai de le préciser; c'est un problème très difficile nécessitant des recherches approfondies»[13].

Cinq réponses différentes seront apportées à cette question, qu'on peut brièvement résumer comme suit :

- Le nominalisme (Roscelin, XIe s) : les universaux sont des mots. Rien n'y correspond dans la nature qui ne connaît que le singulier.
– Le conceptualisme (Abélard, XIIe s; Ockham, XIVe s) : les genres existent comme des prédicats de sujets qui eux sont réels.
– Le réalisme (platonicien) : les genres existent en soi dans un monde intelligible distinct du sensible.
– Le réalisme (aristotélicien) : les genres ne sont pas séparés des choses singulières et sensibles. Ils n'existent qu'incarnés.
– La doctrine de l'Ecole (variété de réalisme aristotélicien).

Le Moyen-Age et la Renaissance connaîtront aussi de grands encyclopédistes et de grands défenseurs des classifications, notamment le célèbre chancelier Francis Bacon (1561-1626) qui est à l'origine de classifications encyclopédiques qui inspireront les encyclopédistes et grands bibliothécaires du XIXe.

Mais la logique des classifications (qui reste la logique aristotélicienne) ne connaîtra pratiquement aucun développement nouveau jusqu'au XVIIIeme siècle. A cette époque, le philosophe E. Kant (1724-1804) résume dans sa *Logique* (1800), l'essentiel des acquis des siècles précédents en précisant les définitions d'un certain nombre de termes et d'opérations qui relèvent de la théorie des classifications telle que l'utilisent empiriquement les naturalistes de l'époque : citons par exemple Tournefort (1656-1708), Linné (1707-1778), De Jussieu (A.-L.) (1748-1836), Desfontaines (1750-1833) ou Cuvier (1769-1832)[14].

2.2. Des classifications multicritères et virtuellement infinies

La *Logique* de Kant (au § 110) fait apparaître la notion de division logique d'un concept, définie de la façon suivante :

«La détermination d’un concept au point de vue de tout le possible compris sous lui, dans la mesure où ce possible est opposé à un autre, c’est-à-dire en diffère, s’appelle la division logique du concept. Le concept supérieur se nomme le concept divisé (divisum) et les concepts inférieurs les membres de la division (membra dividentia)»[15].

D'après Kant, la division logique doit obéir aux règles suivantes :

1) Les membres de la divisions s'excluent entre eux ;

2) Ils relèvent d'un concept supérieur et leur réunion redonne la sphère du concept divisé ;

3) Chaque membre d'une division peut être lui-même divisé (division des membres de la division = subdivision)

Par les deux premières règles, Kant semble anticiper le concept mathématique de partition. Mais la troisième prouve qu'il n'a pas le concept de «chaîne de partitions», telle que la mathématique des ordres a pu l'élaborer après Birkhoff, puisqu'il ne conçoit pas que des subdivisions de même niveau forment en fait une unique partition.

Ces divisions kantiennes prennent la forme suivante :

1°) Pour Kant, toute division est soit dichotomique, soit polytomique, mais seules les dichotomies sont des divisions réellement «logiques» et par conséquent susceptibles de s'enseigner dans le cadre de la science du raisonnement.

En effet, la dichotomie est la seule division proprement «analytique» et qui n'exige rien d'autre pour être effectuée que le principe de non-contradiction, aucune connaissance du contenu du concept à diviser ne lui étant en fait nécessaire.

A l'inverse, la polytomie requiert l'expérience sensible telle que nos sens nous la communiquent (c'est-à-dire, en langage kantien, l'intuition) :

– soit une intuition du temps ou de l'espace indépendante de l'expérience (intuition a priori), comme en mathématiques (par exemple, la division des sections coniques[16];

– soit une intuition empirique, comme dans la description de la nature[17].

2°) On remarquera encore que la division d'un concept, pour Kant, n'est pas univoque.

Pour un même terme, il peut exister une multiplicité de divisions différentes, que le philosophe nomme « co-divisions » et qui renvoient à des points de vue différents sur le concept en question .

Apparemment, ces co-divisions ne sont pas elles-mêmes hiérarchisées et peuvent être subdivisées également de manière très différente.

3° Les subdivisions comme les co-divisions peuvent aller à l'infini.

A) «la subdivision, écrit Kant, peut être indéfiniment poursuivie»[18]. Elle ne peut être déclarée finie que «comparativement» ou «relativement» .

«Dans la série des espèces et des genres, il n'y a pas de concept dernier (conceptum infimum) ou d'espèce dernière, sous laquelle aucune autre ne serait plus contenue, car un tel concept est impossible à déterminer. Car, bien que nous ayons en fait un concept que nous appliquons immédiatement aux individus, il peut encore y avoir relativement à ce concept des différences spécifiques que nous ne remarquons pas ou dont nous ne tenons pas compte. C'est seulement comparativement et pour l'usage qu'il y a des concepts derniers qui ne prennent cette signification que pour ainsi dire par convention, dans la mesure où l'on s'accorde pour ne pas descendre plus bas»[19].

On notera, là encore, que Kant rencontre ici un problème que le classificateur moderne reposera : comment définir une classification dans des domaines où les individus sont difficiles à isoler[20]? Peut-on définir rigoureusement des classifications infinies et quels sont leurs rapports entre elles (Shelah, Girard)?

B) Les divisions kantiennes sont encore virtuellement infinies d'une autre manière : non plus en «hauteur», si l'on peut dire, mais en «largeur». Selon Kant, en effet:

La co-division «également va à l'infini, spécialement dans les concepts de l'expérience, car qui peut épuiser toutes les relations des concepts?»[21] A tout concept pourrait donc être en principe associé une infinité d'arbres infinis.

Le philosophe ne paraît pas s'être posé la question de savoir quel pouvait être le rapport entre deux et a fortiori une infinité de divisions conceptuelles menant parallèlement à l'infini.

C'est probablement de cette idée de co-divisions associée à des variations de point de vue que surgit un type de classification plus complexe que la classification hiérarchique arborescente et qui est la classification combinatoire ou l'ordre multiple croisé.

2.3. Les classifications combinatoires ou ordres multiples croisés

Ce type de classification résulte, soit du croisement de deux (ou plusieurs) divisions, soit du croisement de deux (ou plusieurs) hiérarchies de divisions.

Dans une telle structure, comme l'écrit G.-G. Granger, «Les éléments sont distribués selon deux ou plusieurs dimensions donnant lieu à une table de multiplication»[22]. Ce ne sont pas alors « les éléments eux-mêmes qui sont répartis en classes, mais deux (ou plusieurs) composantes distinguées de ces éléments»[23]. Pour Granger, ce processus renvoie au plan cartésien et au principe fondamentalement «ordinal» qui a présidé à son invention. Le plan cartésien résulte en effet d'une volonté d'ordonner une certaine distribution de points dans l'espace en ordonnant les points dans chaque rangée et les rangées les unes par rapport aux autres.

Les classifications des éléments chimiques de Lavoisier, puis de Mendeleiev, constituent des exemples typiques de ce genre de classification[24]. Mais, la classification des méthodes[25], dans la logique de Kant, en donne également un autre exemple. Le philosophe, en effet, répartit les méthodes en une série de dichotomies parallèles : scientifiques ou populaires, systématiques ou fragmentaires, analytiques ou synthétiques, syllogistiques ou tabulaires, acroamatiques (i.e. procédant par enseignement) ou érotématiques (procédant par questions). Ces co-divisions parallèles aboutissent évidemment à la constitution de partitions croisées.

On peut faire, à propos de ce type de classifications, les remarques suivantes :

1° Ce type de rangement, qui «suppose... un degré d'abstraction supérieur à celui de la classification linnéenne»[26], n'est, lorsqu'il se réduit à un tableau numérique, pas très «parlant». Il appartiendra alors aux méthodes modernes de l'analyse factorielle des correspondances de donner des représentations «géométriques» de tels tableaux. La transposition des modèles de la mécanique du solide en statistique permettra notamment de considérer ces tableaux comme des nuages de points pesants dont on s'efforcera de calculer les directions d'allongement en les projetant dans différents plans selon des axes privilégiés. L'objet complexe et irreprésentable est alors comme «photographié» sous plusieurs angles et sa forme générale dûment «mise en carte» selon ses profils majeurs. On pourra alors éventuellement, l'analyse faite, construire sur ces résultats une véritable classification hiérarchique, d'autant plus proche de la réalité qu'elle articulera les oppositions essentielles que l'analyse factorielle aura dégagée[27].

Faute de posséder ces méthodes, Kant, dans tout son système, en est réduit à juxtaposer les classifications «linnéennes» traditionnelles, proches des dichotomies platoniciennes et des hiérarchies scolastiques, et les tableaux à entrées multiples, d'un style plus combinatoire, le problème du lien existant entre les uns et les autres n'étant même pas posé.

2° Mais nous nous permettrons encore une seconde remarque au sujet de ces classifications «combinatoires» : la vertu des ordres multiples est de préciser la position de ce qui est classé à l'intersection d'une ligne et d'une colonne et au croisement de plusieurs séries de déterminations[28]. Considérons l'exemple suivant, tiré de la classification de Mendeleiev :

	VI	
	Soufre (32)	
As (75)	Se	Br (80)
	Tellure (125)	

On voit que la masse atomique du Sélénium peut aisément être calculée à partir de celles qui l'entourent, dont elle est, très exactement, la moyenne : m = 78 = (32 + 125 + 75 + 80)/4.

L'un des avantages est, en cas d'absence (case vide), de pouvoir préciser ce qui n'est pas là par ce qui l'entoure. Ainsi, la classification de Mendeleiev permettra-t-elle de prévoir l'existence d'éléments qu'on ne trouve pas dans la Nature, avant même qu'ils soient synthétisés en laboratoire[29]: Décidant d'appeler ces éléments inconnus par le nom de l'élément qui précède, auquel on ajoutera le préfixe éka, Mendeleiev fait la démonstration suivante : l'élément occupant IV et qui vient après IV-3 occupé par le silicium, sera appelé ékasilicium Es et ses propriétés seront anticipées à partir des propriétés de Si, Sn, Zn et As. Son poids atomique doit se rapprocher de 72, son oxyde supérieur à la composition EsO_2 et l'oxyde inférieur EsO, la forme la plus ordinaire de ses combinaisons sera EsX_4...

On tirera de cet exemple deux conclusions, d'ailleurs corrélées : a) Le tableau est créatif. On ne classe plus seulement pour retrouver mais pour inventer : la vertu comparative (et combinatoire) l'emporte sur le simple recensement du déjà là; b) La temporalité (et, en particulier, l'avenir) est inscrit dans le tableau (qui n'est plus simplement référentiel). Les transuraniens, découverts par Seaborg et ses collaborateurs depuis 1940 par exemple, s'inscriront tout naturellement dans le tableau, en analogie avec les lanthanides, résolvant la controverse élevée à propos de la quatrième période longue de la classification de Mendeleiev[30]. Concluons avec F. Dagognet qu'une petite révolution, ici, a eu lieu. Avec Mendéleiev, «la classification ne cherche plus à regrouper ou à condenser le savoir: elle l'élève et le théorise. Avant le Tableau, on classait ce qu'on connaissait. Désormais, c'est la classification (et non pas un classement) qui nous donne des connaissances nouvelles»[31].

3. Les classifications documentaires

Bien entendu, on aimerait faire pour tout espèce de documents, ce que les scientifiques, ici ou là, ont réussi. Quoi de plus normal, par exemple, que de vouloir classer les contes, les récits fantastiques[32], les positions philosophiques, de proche en proche, l'ensemble du savoir, les livres en général?
On peut reculer devant une telle ambition, qu'on jugera démesurée. Pourtant, on ne saurait nier que cette entreprise bibliothéconomique de concentration-récapitulation est déjà dans la Nature, qui est à elle-même sa propre mémoire (sédiments, mines), au point, qu'on a pu présenter la démarche encyclopédique comme une sorte de paysage et de panorama. Paul Claudel, dans sa *Philosophie du livre*, rapprochait la bibliothèque et la mine de charbon, «toutes deux pleines de fossiles, d'empreintes et de conjectures». Diderot, dans le fameux article «encyclopédie» de son célèbre dictionnaire encyclopédique, rapporte qu'un «Dictionnaire universel des Sciences et des Arts» n'est qu'une immense campagne couvertes de plaines, de rochers, d'eaux, de forêts et d'animaux. De même a-t-on pu écrire que les voyages de Jules Verne sont autant des parcours dans les taxinomies et dans l'arbre du savoir que dans l'espace.
Mais, quelle que soit la pertinence de ces rapprochements, on notera qu'une organisation systématique des connaissances humaines s'est avérée rapidement inontournable : à partir du XIXe siècle, en particulier, le rythme des découvertes s'accélérant et amenant une prolifération considérable des documents, la nécessité, de plus en plus, se fait jour de devoir s'orienter dans les multiplicités culturelles, tout comme on s'était jadis orienté dans les multiplicité naturelles. Tout le monde comprend que la véritable innovation suppose d'abord la connaissance de ce qui est, que refaire du révolu est un gaspillage injustifiable et que les taxinomies, là encore pour des raisons économiques, ont un rôle irremplaçable à jouer.
Les grandes classifications bibliothéconomiques qui naissent à cette époque, bien que l'idée en soit bien plus ancienne[33], obéissent à ces nécessités[34]. Sur le plan de la méthode, les classificateurs du XIXe ont d'abord cherché à s'inspirer des grands taxinomistes de l'antiquité et du XVIIIe siècle et ont donc construits des classifications monocritères. Différents principes ont été utilisés pour ranger le savoir. Citons notamment le «principe des divisions parallèles», qui fait que chaque sujet est disséqué selon un ordre et une régularité approximativement suivis partout, dans la subdivision des classes différentes; ou encore, le principe des divisions «par transfert», qui consiste à prescrire de diviser le domaine y «comme» le domaine x. Mais des problèmes concrets, tout de suite, se profilent : combien de classes, par exemple, faudra-t-il retenir au départ? Puisque, par ailleurs, le savoir ne cesse de progresser, comment permettre l'indexation incessante d'éléments nouveaux sans avoir à bouleverser, chaque fois, la topologie de la classification? Les réponses à ces questions vont se concrétiser à travers différentes tentatives que nous ne pouvons ici malheureusement que très rapidement évoquer.

3.1.La classification décimale DEWEY

Le choix d'une division décimale, apparemment arbitraire permettra à Melvil Dewey (1876) d'introduire, à chaque nouvelle édition de sa classification, des notions nouvelles (il lui suffira, pour cela, d'ajouter un chiffre à l'indice correspondant à la notion la plus générale à laquelle on peut les rattacher). D'où une adaptabilité, en principe, indéfinie de la classification par prolifération des subdivisions internes.
Cette classification a, en outre, l'avantage d'être parfaitement progressive et régulière. Elle part de dix classes fondamentales correspondant à dix domaines de savoir (héritage de William Torrey Harris, autre bibliothécaire américain[35]) :

000 - Généralités,
100 - Philosophie,
200 - Religion,
300 - Sciences sociales,

400 - Langage,
500 - Sciences pures,
600 - Techniques,
700 - Arts,
800 - Littérature,
900 - Géographie et Histoire générales.

Puis chaque classe comporte dix divisions au plus, divisées de façon identique (100, 110, 120..., 190; 200, 210, 220,...,290; ...) et chaque division dix subdivisions : 110, 111, 112,..., 119.

L'édition de 1876 comprenait ainsi mille indices principaux de trois chiffres, mais déjà, l'édition de 1885 était sept fois plus importante que la première et l'augmentation rapide du savoir et des techniques au XXe siècle amena l'édition actuelle à faire apparaître plus de 20.000 indices (sans compter les nouvelles possibilités de construction autorisées par les tables auxiliaires)[36].

3.2. La Classification décimale Universelle (C.D.U.)

C'est à partir du procédé inventé par Dewey que les Belges Paul Otlet et Henri de la Fontaine, qui avaient entrepris, à l'Institut international de bibliographie de Bruxelles la tâche ambitieuse de constituer un répertoire sur fiches de tous les livres connus depuis les début de l'imprimerie, élaborèrent la CDU (1895), version moderne de la classification Dewey.
C'est que la méthode de Dewey n'était pas sans inconvénient. Le risque principal de la division décimale était en effet de conduire à un relatif émiettement du savoir qui faisait inéluctablement évoluer la classification vers le simple inventaire ou la nomenclature. Le risque était d'autant plus grand que, périodiquement, on le sait, le savoir a tendance à se regrouper ou se refondre selon de nouvelles lignes directrices. Bacon avait remarqué, jadis, que «les sciences s'abrègent en s'augmentant» et Kant lui-même avait noté qu'avec le développement de l'histoire naturelle, de la mathématique, etc., de nouvelles méthodes seraient découvertes, «propres à condenser le savoir antérieur et à rendre superflus quantités de livres»[37]. Il faut donc partir à la recherche d'algorithmes propres à regrouper des sujets transversaux et à compenser l'excès de partitionnement introduit par la décimalisation.
Le principal intérêt de la CDU, initialement, est probablement là. Classification encyclopédique et documentaire, la CDU a, comme la Dewey, une ambition d'universalité, et comme elle, est divisée en dix classes fondamentales. Mais elle amène en plus la possibilité de fabriquer des indices composés en liant des indices principaux, soit par un signe d'extension, la barre oblique (/), soit par un signe de relation, les deux points (:). La CDU permet ainsi une meilleure indexation des ouvrages «complexes» ou interdisciplinaires.
Le sens du signe d'extension (/) placé entre deux indices est que le document indexé contient toutes les notions comprises entre eux (par exemple, on notera 5/6 un livre portant à la fois sur les sciences et les techniques). Les deux points (:), quant à eux, expriment essentiellement un rapport entre deux notions, et autorisent ainsi des doubles indexations utiles au lecteur : (par exemple, un livre traitant des relations entre la philosophie et la religion donnera lieu à deux fiches du catalogue systématique, en philosophie (1 : 2) et en religion (2 : 1). Certains éléments seront donc situés à des endroits différents – cette redondance ayant un sens pragmatique, celui de faciliter la recherche du lecteur potentiel.
Notons encore, comme dans la Dewey, la présence de tables auxiliaires de subdivisions communes : le lieu (introduit par une parenthèse), le temps (introduit par des guillemets), la forme, entre parenthèses et précédée d'un zéro (02 à 09). Des divisions analytiques, n'affectant qu'une classe et ne pouvant être utilisées ailleurs, complèteront la panoplie.
Toutefois, malgré ces aménagements, il faut reconnaître que la CDU reste une hiérarchie extrêmement ramifiée aux indices lourds, souvent conduite à traiter de sujets voisins en des lieux très différents. De tendance énumérative, comme toute classification décimale, elle n'échappe donc pas, malgré ses améliorations successives, à la nomenclature.

3.3. Coup d'œil sur les autres classifications

Cette déviation se manifesterait encore dans la classification de la Library of Congress (1901), ou dans la Bibliographic Classification de Henry Evelyn Bliss (1910). Y remédier nécessitera de véritables innovations conceptuelles, comme par exemple, celle qu'apportera la classification «colon», ou classification à facettes[38], du bibliothécaire indien Ranganathan.
C'est en effet avec Shiyali Ramamrita Ranganathan et sa Colon Classification (CC) qu'on voit apparaître, semble-t-il, pour la première fois en bibliothéconomie, une classification véritablement multicritère. Commencée en 1924 et publiée dans sa première édition à Madras en 1933, la CC, quoique hiérarchique, propose en effet une analyse pluridimensionnelle des sujets selon différentes «facettes». En langage kantien, cela signifie tout simplement que Ranganathan admet des co-divisions d'un même sujet. En outre, cette classification ménage plusieurs types de relations transversales, distinctes selon qu'elles s'appliquent à des classes principales différentes (phase relations) ou à l'intérieur d'une même classe (intra-facet-relations).
Curieusement, et malgré sa nouveauté, la CC n'a pas vraiment convaincu la communauté bibliothéconomique. Tout en notant sa souplesse, Eric de Grolier[39], l'un des spécialistes de ce domaine, observe en elle «de grandes lacunes», un «langage classificatoire» pauvre et parfois déficient, laissant à tout le moins beaucoup de place à l'initiative du classificateur, enfin, des choix assez injustifiés au niveau des catégories fondamentales comme de leurs spécifications.

Finalement, on devra convenir que la démarche classificatrice en bibliothéconomie a été fortement remise en question au XXe siècle par le développement proliférant de la connaissance :

1° L'afflux de documents interdit une topologie rigide pour les rangements. Mais il est difficile de trouver des modèles vraiment heuristiques qui autorisent une topologie qui change sans cesse[40]. Les réflexions les plus convaincantes sur la question ont été menées à ce sujet par des mathématiciens bibliothécaires autour de structures particulières : arbres 3-2, par exemple de Hopcroft, pour l'indexation de données aléatoires (revues, etc.)[41].
2° Les réordonnancements successifs du savoir (regroupements, refontes ou refondations existent autant sinon plus que les raffinements et la ramification des domaines) nécessitant des langages documentaires relationnels appropriés et des systèmes de gestion de bases de données puissants. Les vieilles classifications du XIXe éclatent sous la pression du nombre de documents et la puissance des systèmes de recherche automatisés.

Néanmoins, la question se pose toujours de savoir quels sont les meilleurs rangements. Et ceci renvoie au problème du fondement formel des classifications.

4. La mathématique des classifications

Mathématiquement, la théorie des classifications relève de domaines multiples : théorie des ordres partiels, théorie des relations (graphes), statistique appliquée (analyse des données et des correspondances, classification automatique), théorie des formes quadratiques et logique mathématique. La théorie des formes quadratiques remonte à Gauss (1803), les travaux sur les arbres aux chimistes Kékulé et Frankland ainsi qu'à l'algébriste anglais Cayley (XIXe), la théorie des ordres partiels à G. Birkhoff (1951), la statistique appliquée à Quételet, Galton et Pearson. Le problème épistémologique majeur ici est, bien sûr, de comprendre quels sont les liens qu'on peut établir entre les différentes approches et entre les différentes structures proposées : comment définir une classification au plan formel? Pour répondre à cette question, il nous faut dire quelques mots des différentes disciplines mathématiques mentionnées plus haut et qui concourent aujourd'hui à préciser la notion de classification.

4.1. L'analyse des données : brève histoire

Selon J.-P. Benzécri[42], l'analyse des données, qui tire son inspiration de la lointaine histoire du calcul des probabilités repose en fait sur des méthodes qui se sont progressivement développées depuis la fin du XIXe et dans le courant du XXe siècle.
On peut d'abord évoquer les premières recherches biométriques de Quételet (1846) : ce statisticien sociologue mesure les tailles, poids, etc. des populations d'objets ou d'êtres et constate que la loi normale offre une description acceptable de la dispersion des mesures. Il en déduit des application en astronomie et en sociologie (la célèbre théorie de «l'homme moyen»);

En second lieu, il faut mentionner l'école biométrique de Galton (1877), première étude multidimensionnelle qui permet d'étudier conjointement la variation de deux mesures (taille du père et du fils, par exemple, ou encore, longueur du bras et longueur de la jambe d'un même homme, etc.). Galton découvre ainsi empiriquement la fonction «densité» et les courbes de niveau (ellipses concentriques) de cette fonction.
Une troisième étape intervient avec K. Pearson à partir des années 1920. K. Pearson (1857-1936), travaille d'abord avec le biologiste R. Weldon (1860-1906) sur les races de crevettes et de crabes, dont il mesure les organes, carapaces, etc., dans différents milieux dans le but de vérifier la théorie darwinienne de l'évolution. Grâce à l'étude des coefficients de corrélation entre des mesures prises chez les parents et chez les enfants, il arrive notamment à montrer qu'une part constante de la variance de la génération des enfants et héritée des générations antérieures successives (Loi de l'hérédité ancestrale).
On notera que Pearson est à l'origine de découvertes statistiques importantes comme l'expression de la densité de la loi normale multidimensionnelle la plus générale en fonction des variances des composantes, ou encore, comme l'épreuve du χ^2 qui permet d'apprécier si une loi de probabilité empirique F, déterminée sur un échantillon d'effectif k, diffère significativement d'une loi de probabilité modèle P.
Comme l'a bien noté J.-P. Benzécri, les travaux de Pearson auront des conséquences philosophiques importantes, notamment en ce qui concerne la notion de causalité[43] :
1) Pearson voit clairement que la relation la plus générale que révèle l'observation des phénomènes naturels est la contingence, ou encore, ce qu'on peut appeler la «co-occurrence» ;
2) Il en résulte que, étant donné les deux dimensions I et J d'un tableau rectangulaire, on ne peut pas plus dire que le fait $i \in I$ cause le fait $j \in J$ que l'inverse.
3) Si l'idée d'une «causalité» doit subsister, elle ne peut être autre, pour Pearson, que la limite conceptuelle de la corrélation quand la bande centrale du tableau de contingence devient si mince qu'elle tend à être semblable à une courbe.
4) Selon Pearson, la causalité n'est donc pas *dans la Nature*. Elle est introduite *par la perception humaine*, et ne correspond en fait qu'à ce qu'on doit interpréter comme «une *économie de pensée*, une *routine de perceptions* moyenne et approximative»[44].
Une quatrième étape du développement de l'analyse des données pourrait être représentée par R. A. Fisher (1890-1962), professeur de génétique (et non de mathématique, contrairement à ce qu'on croit parfois) mais père de l'introduction de la géométrie multidimensionnelle en statistique. Fisher travaille au départ sur la statistique de petits échantillons et calcule des distributions exactes de coefficients de corrélation par des méthodes géométriques. C'est ainsi qu'il invente, pour l'estimation de la variance d'une loi normale d'après un petit échantillon, un critère nommé «critère du maximum de vraisemblance» qui rend maximum le produit des densités et qu'il identifie à une sorte de projection orthogonale. Il est également à l'origine de l'analyse de la variance, c'est-à-dire de la décomposition de la variance conçue comme l'inertie d'un nuage de points. En ce sens, Fisher est le premier à utiliser des théorèmes de mécanique du point (comme le théorème de Huygens) en statistique. Il est donc le promoteur de l'exportation du modèle mécanique en statistique. On notera qu'il est aussi l'inventeur de l'analyse discriminante, qui découle, d'ailleurs, de la décomposition de la variance et qui permet de séparer des formes les unes des autres. Enfin Fisher est le promoteur d'une méthode plutôt inductive en sciences, qui préconise que la recherche se fasse selon deux étapes : la première, qui consiste à recueillir systématiquement des données et dresser un plan d'expérience. La seconde, qui confronte ces données à une hypothèse et élabore un test probabiliste.
On discernerait facilement, avec l'école psychométrique américaine, l'analyse factorielle et multifactorielle (Spearman, Thurstone, Burt, Hotelling, Torgerson et Guttman), une cinquième étape dans le développement de l'Analyse des données.
Comme le remarque J.-P. Benzécri, à qui nous empruntons toutes ces informations, c'est vers la fin du XIXe siècle et le début XXe siècle que la psychométrie devient une science à part entière. A cette époque, on travaille beaucoup sur les tests d'intelligence (Binet, Q.I., etc.) et on est amené à distinguer dans la mesure d'un test, différents facteurs : on opposera notamment l'aptitude polyvalente du sujet (facteur général), et une aptitude particulière à l'activité mesurée (facteur spécifique). Toute épreuve peut alors être décomposée selon une formule où intervient ces deux facteurs. Dès lors, la méthodologie se précise. En 1931, Thurstone (sur l'instigation d'un astronome, W. Bartky) a l'idée d'appliquer à cette «analyse factorielle» la méthode des moindres carrés. En 1933, Hotelling proposa de rechercher des vecteurs propres par itération et orthogonalisation. Il est ainsi à l'origine de la notion de «composantes principales». Puis, en 1941, c'est

Guttman qui écrit les formules les plus générales de l'analyse des données. Malheureusement, faute de moyens de calculs adéquats, il doit se contenter de représentations ad hoc et relativement plus pauvres (scalogrammes, simplexes, etc...).
C'est l'ensemble de ces résultats qui expliquent l'émergence de l'école française et le livre-phare de 1973 qui fait connaître à un public plus vaste des méthodes qui s'appliquent déjà à l'époque en sciences humaines et vont conquérir rapidement d'autres champs[45].

4.2. Développement du concept mathématique de classification : la taxinomie numérique

Si la taxinomie fait effectivement partie de l'analyse des données au point qu'un des deux tomes du livre de J.-P. Benzécri de 1973 lui est entièrement consacré, c'est en fait un courant différent de celui que nous venons de rapporter qui est à l'origine de la mathématisation des concepts de classe et de classification.
Au départ, notons-le, le concept de classe est assez vague. Qui dit «classification» dit «classe», bien entendu, mais l'idée d'une «bonne classification», d'une «vraie classification» présupposait, depuis les travaux des botanistes et des zoologistes du XVIIIe, l'idée de «classe naturelle» à la base. Or ce concept de «classe naturelle», si l'on y réfléchit, est assez discutable : que signifie-t-il, en réalité? Doit-on comprendre que les classes en question seraient ou devraient être «conformes à la Nature», ce qui aurait tendance à suggérer que la Nature est elle-même classificatrice et que nos ordres recoupent en fait un Ordre Naturel intrinsèque? Doit-on aller jusqu'à penser que la référence à la Nature renvoie à une essence intemporelle, de sorte que les «classes naturelles» seraient en fait des «classes essentielles», autant dire des sortes d'idées platoniciennes ou l'analogue de véritables modèles des êtres? Mais les déterminations extrinsèques qui ont pesé sur la raison classificatrice[46], tout comme la continuité naturelle et les différents obstacles qui, d'une façon générale, compliquent la saisie des classes prouvent que ces soi-disant essences sont surtout le résultat d'une construction humaine.
De plus, sur un plan pratique, la question se pose de savoir comment définir concrètement une classe «naturelle». De ce point de vue, l'histoire était riche d'enseignements puisque Vicq d'Azyr, dès 1792, avait souligné l'insuffisance des classes monothétiques dans les sciences de la Nature. On pouvait donc penser qu'a fortiori, les sciences de l'homme, aux prises avec des enchevêtrements de faits autrement complexes, auraient plutôt à utiliser des classes polythétiques. Ce concept de «classe polythétique» fut rigoureusement élaboré par Beckner en 1959 avec le sens suivant : une classe sera dite *polythétique* si chaque élément de cette classe possède une proportion importante mais non spécifiée d'attributs, et réciproquement, si chaque attribut est possédé par une proportion importante (mais non nécessairement la totalité) des éléments de la classe. Dès 1937, Gilmour suivait une démarche déjà préconisée par Adanson (1757), un des grands naturalistes du XVIIIe, mais qui n'avait pu être pratiquée de fait, étant donné la complexité des calculs : procéder sans *a priori*, réunir toutes les ressemblances et rapprocher les objets uniquement en fonction d'elles. Il est évident qu'une telle méthode ne peut s'appliquer sans qu'on ait défini de façon précise une «mesure» de ces ressemblances. C'est ce que vont faire, en 1963, Sokal et Sneath, qui, les premiers, jetteront les bases d'une taxinomie numérique en introduisant précisément, dans leur grand livre *Principles of numerical taxonomy*, des indices ou mesures de ressemblance entre les objets à classer.
Dès lors, il devenait manifeste que la démarche du classificateur supposait différentes étapes et plusieurs choix successifs : celui d'un indice de distance ou d'une mesure de similarité et celui d'un algorithme de regroupement. Longtemps, ces choix restèrent plus ou moins intuitifs, c'est-à-dire plus ou moins justifiés ou ambigus.
En 1970, cependant, I.C. Lerman introduisit dans l'histoire de la théorie des classifications au moins deux grandes nouveautés :
1° Il caractérisa pour la première fois de façon formelle le problème général de la construction d'une classification, tel qu'il est aujourdui perçu par le classificateur moderne : étant donné une information de base qu'on identifie à une «donnée brute» et qui est une structure «pauvre» de type σ, le problème du classificateur est d'essayer d'améliorer cette information, c'est-à-dire de substituer à la structure pauvre de départ σ une structure plus riche qu'on notera τ et qui peut être une partition, un treillis, une chaîne, etc. La solution de ce problème consiste à injecter la classe ϑ formée par l'ensemble des structures de type τ dans la classe Σ formée par l'ensemble des structures de type σ, avec un certain critère (préordre défini sur ϑ à partir d'une distance – éventuellement d'une métrique – définie sur Σ) et qui spécifie que «τ sera préférable à τ' si, en un sens à préciser, τ est plus près de la structure σ

que τ'»[47]. On remarquera qu'une telle définition suppose évidemment qu'on puisse produire suffisamment de structures τ pour établir les comparaisons nécessaires. Et elle serait évidemment impensable sans le recours à l'informatique. C'est le caractère automatique de la production des structures de type τ qui permet de multiplier les éléments de comparaison, et qui est à l'origine de l'augmentation des possibilités d'adéquation entre le modèle et l'objet. On remarquera cependant que la définition du critère (ce qui fait qu'on va préférer une structure τ à une structure τ') reste certainement une entreprise délicate et où la connaissance du domaine continue à intervenir.

2° Le second élément important sur lequel il est permis d'insister est la question de la variabilité de l'indice de similarité et de la stabilité de la classification. Face à la multiplicité des choix possibles (d'indices de distances comme d'algorithmes[48]), et étant donné la facilité de production des hiérarchies indicées par l'informatique, la question pouvait se poser de savoir comment s'assurer de la stabilité des classifications produites. I.C. Lerman est, là encore, à l'origine d'un résultat remarquable : dans le cas où la donnée est une préordonnance et où le nombre d'attributs de chaque objet est invariable, alors la préordonnance est la même quel que soit l'indice choisi. Plus généralement encore, elle varie peu si le nombre d'attributs de chaque objets varie peu[49]. On a donc, dans certains cas, des garanties de stabilité de la classification quand le domaine, évidemment, se conforme à ces hypothèses. Depuis une quinzaine d'années, des progrès ont été encore réalisés qui permettent, dans certains cas, de réduire encore le rôle de l'intuition et l'arbitraire des choix possibles : ainsi, I.C. Lerman, dans des articles récents, a-t-il non seulement cherché à assainir les fondements de l'analyse des données au regard de la statistique[50], mais il a, pour «l'algorithme de la vraisemblance du lien», réussi à lever une grande indétermination sur le choix de l'indice de ressemblance entre objets[51]. Dans le cas de variables qualitatives, il a encore réussi à réduire considérablement l'arbitraire du choix de l'expression formelle d'un coefficient d'association en le localisant au niveau du choix de l'indice brut, c'est-à-dire là où il est plus facilement paramétrable[52]. Quelles que soient, par conséquent, les difficultés rencontrées, des améliorations certaines se sont faites dans le domaine de la taxinomie numérique, qui réduisent de plus en plus la latitude des décisions du classificateur, fortifient les méthodes mises au point et contribuent à fiabiliser la discipline de l'analyse des données. Il reste que, sur le plan philosophique, l'idée générale de classification reste encore largement opaque, étant donné la multiplicité des modèles à travers lesquelles elle se présente.

5. La voie logico-algébrique : de la multiplicité des représentations taxinomiques à l'unité formelle de la notion de classification

Une classification peut prendre aujourd'hui des allures très différentes.

En ce qui concerne les représentations arborescentes, les modèles correspondants peuvent être des hiérarchies indicées (Lerman 1970, Benzécri 1973), des arbres phylogénétiques des naturalistes (Barthélemy-Guénoche 1988), des arbres à arêtes valuées (arbres additifs de Henley 1969, Tversky, Abdi, Barthélemy, Luong 1984), ou encore des arbres de longueur minimum (comme les arbres de Steiner)[53].

On notera que les représentations arborescentes ont été généralisées au cas où les objets ne sont pas tous nécessairement situés aux extrémités de l'arbre (hybrid trees de Carroll et Chang 1973), ou encore, au cas de groupes empiétants constitués sur la base d'une décomposition additive (Shepard et Arabie 1979)[54].

Dans le cas de représentations tabulaires (formelles ou floues), on rencontre dans la littérature des partitions croisées (Lerman 1981), et des croisements de classifications floues[55] (Lerman 1981).

Les représentations de classification dans le plan factoriel font également apparaître des ellipsoïdes d'inertie, qui constituent, pour reprendre une expression de M. Jambu, de sérieuses «aides à l'interprétation»[56].

Construite à partir de procédés très différents, une classification peut donc se manifester sous des formes extrêmement diverses. Si l'on est suffisamment souple sur le vocabulaire, elle peut être, par hypothèse, un treillis, un demi-treillis, une chaîne, une ultramétrique, une analyse factorielle, une loi statistique, etc. Comment trouver l'unité (s'il y en a une) qui se cache sous ces différentes structures? Y a-t-il des correspondances entre ces différentes formes ou ces différentes présentations de classifications?

On sait que, à prendre le problème par un biais purement formel (ou logico-algébrique), quelques traductions algébriques locales ont pu être construites. Ainsi, il existe une équivalence entre classification hiérarchique et analyse factorielle. Michel Gondran[57] a mis en évidence des isomorphies entre les notions d'arbre de longueur minimum, d'ultramétrique sousdominante, de matrice de similarité et d'arbre de classification. Il a, de plus, prouvé que la structure algébrique de l'ensemble des classifications hiérarchiques sur un ensemble était le semi anneau $\{R^{+} \cup \infty\}$, avec x +y = min (x,y) et x * y = max (x,y). M. Gondran et M. Minoux ont montré conjointement qu'une classification pouvait être également assimilée à la minimisation d'une fonction quadratique sous certaines contraintes, ou encore à la coloration des sommets d'un graphe pour un seuil de proximité donné[58].

On sait encore que les classifications arborescentes peuvent être représentées comme des produits non associatifs, sur lesquels on a quelques résultats locaux (problème de Wedderburn-Etherington des parenthésages non commutatifs, ou encore, problème de Schröder des parenthésages généralisés)[59].

On peut encore utiliser, dans les représentations arborescentes, la notation polonaise, ou la notation polonaise inversée[60], avec l'espoir de découvrir une algèbre suffisamment puissante pour s'adapter à une relation de classification définie de façon suffisamment générale.

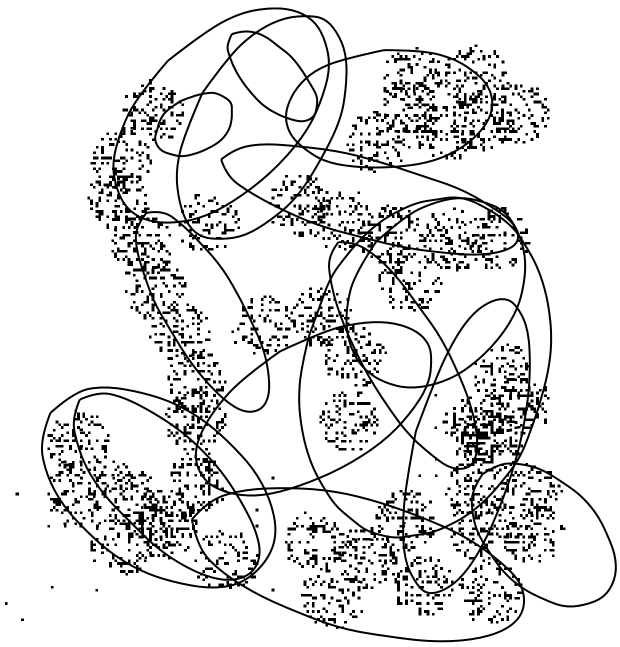
Mais une telle approche du problème fait surgir des questions très difficile : comment définir, au plan le plus général, c'est-à-dire sur des ensembles finis ou infinis, une relation de comparabilité[61]? Existe-t-il des classifications complémentaires, une classification «neutre», une structure générale de l'ensemble des classifications possibles sur un ensemble? Pourrait-on construire une théorie générale des classifications comme on a construit une théorie des ensembles, en identifiant les axiomes sur lesquels elle doit reposer?[62]

Conclusion : la question du fondement d'une théorie des classifications

Pour autant qu'un épistémologue puisse intervenir dans un débat aussi élevé et aussi technique que celui du fondement mathématique d'une théorie générale des classifications, nous serions tentés de dire que la question peut être vue de plusieurs manières :

1) Le fondement de toute classification pourrait être conçu comme une forme invariante qui maintient constantes entre elles les différentes composantes d'une information. De même que dans l'espace physique, la forme de Lorentz est l'invariant qui met en équivalence tous les repères associés aux observateurs, on pourrait concevoir, dans un «espace informationnel» à n dimensions, une forme quadratique mettant en équivalence les repères associés aux différents classificateurs. Cette voie ne pourrait évidemment être praticable que s'il existe, dans le domaine de l'information, une sorte d'extremum comparable à la vitesse de la lumière[63]. Elle poursuivrait la transposition des outils de la mécanique classique à la statistique esquissée par l'analyse des données en rendant possible l'utilisation de la mécanique relativiste[64]. Il reste que, dans cette voie, l'indice de distance utilisé (par exemple, la distance de l'information sous une forme quadratique) restera toujours à justifier.

2) Une autre voie consisterait à projeter toute classification dans un espace commun homogène. Si l'on admet, par exemple, que toute classification peut en principe trouver une représentation dans un espace d'axes factoriels, on peut traduire toute classification par un ensemble d'ellipsoïdes d'inertie – sortie aujourd'hui tout à fait banale et pour laquelle on dispose d'algorithmes efficaces[65] :



On notera que les classes s'intersectent car la métrique la plus générale qu'on puisse choisir amène à travailler avec des pseudo-boules[66]. On aboutit ainsi à cette structure empiétante du type «ensemble des sous-ensembles ouverts d'un espace topologique», qui ne donne malheureusement aucun «raffinement».

Il est remarquable que l'étude de l'univers au moyen de méthodes locales comme l'analyse par ondelettes révèle, pour la répartition des groupements de galaxies et des vides, une structure du même type (voir l'analyse d'une plaque de Schmidt de six degrés par six degrés, à l'extrémité Est du superamas de Coma, effectuée par E. Slézak et ses collaborateurs)[67].

3) Il nous semble que, dans son sens purement mathématique, le problème du fondement des classifications rejoint des questions de logique pure liés à la théorie des modèles et à la question de la comparabilité des hiérarchies transfinies[68], questions qui dépassent de beaucoup nos compétences. Il demeure que le problème des classifications est indéniablement lié à la construction du continu pour une raison très simple : d'après Bourbaki[69], l'ensemble ***P***(E) des partitions d'un ensemble infini E est équipotent à l'ensemble P(E) de ses parties. Par conséquent, d'après l'hypothèse du continu, si Card E = $\aleph_o$, Card P(E) = Card ***P***(E) = $2^{\aleph_o} = \aleph_1$. Et d'après l'hypothèse du continu généralisée, si Card E = $\aleph_\alpha$, Card P(E) = Card ***P***(E) = $2^{\aleph_\alpha} = \aleph_{\alpha+1}$. Comme, pour Card E > 3, le cardinal de l'ensemble ***C***(E) des classifications est nécessairement supérieur ou égal au cardinal de l'ensemble ***P***(E) des partitions, et strictement inférieur à celui de l'ensemble des parties de l'ensemble des partitions, il est, en l'absence de cardinal intermédiaire, nécessairement égal à celui de l'ensemble des partitions. En conséquence, l'ensemble des classifications d'un ensemble infini fournit une construction du continu, et même du continu généralisé.

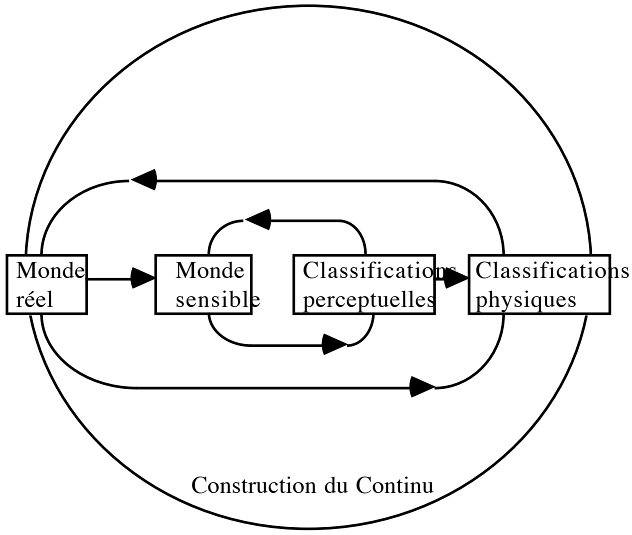
S'il était alors possible d'esquisser un lien entre cette problématique fondationnelle purement mathématique et la question plus concrète des classifications empiriques, nous pourrions tenter de l'exprimer de la façon suivante :

– Dans les sciences humaines et dans nombre de sciences expérimentales comme, par exemple, les différents domaines de la biologie, les classificateurs construisent des classifications sur la base d'indices de distance et de mesures de similarité qui restent, pour une part, liés à la perception qu'ils prennent du domaine empirique à classer.

– Dans le domaine de la physique, les classifications qu'on découvre (classification des événements dans la théorie de la relativité, classification des particules en physique quantique...) reposent en général sur des contraintes liées à l'espace-temps (symétries et brisures de symétries) dont la nature ne paraît pas liée aux points de vue ou aux degrés d'information des observateurs mais à leurs transformations invariantes.

– Enfin, le problème classificatoire dans sa pureté logico-mathématique nous semble impliquer l'exitence d'une théorie générale des classifications qui restreindrait les possibilités illimitées de prédication ou de définition de relations permises par la théorie des ensembles aux seules classes obéissant à des contraintes logico-mathématiques permettant d'engendrer du continu à partir du discret. D'où le schéma suivant, qu'a bien voulu nous communiquer M. P. Neuville :

THEORIE GENERALE DES CLASSIFICATIONS



Notes

[1] Cf. Parrochia [1993].

[2] Voir Diderot [1951], p. 999.

[3] Foucault [1966], p. 7.

[4] *Ibid*. C'est nous qui soulignons.

[5] Un tel paradoxe pourrait d'ailleurs être formalisé et comparé à d'autres : paradoxes d'Epiménide, de Frege ou de Russell, etc.

[6] Pérec [1985], p. 15

[7] *Ibid*., p. 155. On lira aussi le commentaire de Dagognet [1990], p. 112-113.

[8] Cf. Dagognet [1984]. Nous avons néanmoins discuté cette formule, qui admet des limites, en deux endroits. Cf. Parrochia, [1996] et Parrochia [1998].

[9] Voir, par exemple, Durkheim, et Mauss, in Mauss [1971], p. 162-230. Cf. Lévi-Strauss [1962]. Notons toutefois que les thèses de l'école française, au sujet de l'existence de ces classifications primitives, qui pourraient n'être qu'une projection de nos catégories sur des pensées orales qui n'ont rien à voir avec elles, ont été contestées par Goody [1979], p. 131-132 notamment.

[10] Joly [1956], p. 7.

[11] Notons que des classificateurs d'aujourd'hui ne diraient pas forcément autre chose : Cf. Chandon-Pinson [1981], p. 4.

[12] Nous avons déjà commenté ces textes dans Parrochia [1991].

[13] Cité par Chénique [1975], p. 81.

[14] F. Dagognet, rappelons-le, a consacré un ouvrage à l'étude de la formations de ces classifications botaniques et zoologiques. Cf. Dagognet [1970]. Voir également notre résumé-commentaire dans Parrochia [1991], p. 147 sq.

[15] Kant [1970], p. 156-157.

[16] Kant [1968], p. 463.

[17] Kant [1970], p. 158.

[18] *Ibid*.

[19] *Ibid*., p. 107.

[20] Cf. L'exemple des coraux, donné par Apostel [1963].

[21] Kant [1970], p. 158.

[22] Granger [1967], p. 133.

[23] *Ibid*.

[24] Cf. Là-dessus, Dagognet [1969], p. 32 et p. 128.

[25] Kant [1970], p. 160.

[26] G.-G. Granger [1967], *ibid*.

[27] J.-P. Benzécri, on le sait, fut l'introducteur, en France, de telles méthodes. Cf. Benzécri [1973]. Nous reviendrons plus loin sur l'histoire de ces méthodes.

[28] Dagognet [1969], p. 103-104 et p. 150-151.

[29] Le premier tableau de Mendeleiev date de 1869. L'éka-aluminium, baptisé Gallium en l'honneur de son inventeur (français) Lecoq de Boisbaudran, fut découvert en 1875; l'ékabore ou scandium (car extrait par le scandinave Nilson), apparaît en 1879; enfin, le germanium (découvert par l'allemand Winkler de Fribourg) fut isolé en 1885.

[30] Cf. Cooper [1967], p. 82.

[31] Dagognet [1969], p. 121.

[32] Notons que telle était bien l'ambition qui se dégageait des travaux de Propp [1969], et Todorov [1975].

[33] Elle remonte au XVIIe siècle à Naudé. Sur et auteur, cf. Damien [1995].

[34] Voir aussi Parrochia [1997], pp. 81-92.

[35] Bethery [1982], p. 20.

[36] *Ibid*., p. 20-29.

[37] Kant [1970], p. 47.

[38] cf. Vickery [1963].

[39] De Grolier [1962], p. 47-60.

[40] cf. Hillman [1965], pp. 177-209. Hillmann utilise des algèbres de Heyting-Brouwer et leurs treillis distributifs libres associés pour modéliser des collections non-statiques. Ce «modèle» donne la forme générale de la topologie, mais non les voisinages et les distances sont concrètements construits, ce qui suppose qu'on ait une technique bien précise et d'une toute autre sorte pour fixer des relations pertinentes. Voir la discussion de cette communication pp. 214-218.

[41] Larson et Walden [1979], p. 127-136. Dans cet article, inspiré par les travaux d'Hopcroft, les auteurs calculent les transformations et les coûts de transformations de certains arbres 3-2, sous les contraintes créées par l'ajoût d'une ou de plusieurs clés supplémentaires sur des racines ou des feuilles, ce qui amène à modifier parfois considérablement la structure de l'arbre. Des formules générales sont données qui permettent de prédire les structures et les coûts pour des transformations données.

[42] Cf. Benzécri [1982].

[43] *Ibid*., p. 46.

[44] Pearson [1911], tr. fr. L. March, cité par Benzécri [1982], *ibid*.

[45] Voir les applications à la linguistique, dans Benzécri [1981].

[46] On sait que l'Ordre Naturel, chez Linné, est à l'image de la société féodale, comme le disent explicitement des textes sans équivoque : cf. Linné [1972], p. 104-108.

[47] Lerman [1970], [1981].

[48] Voir, par exemple, Roux [1985].

[49] Lerman, [1981]p. 85.

[50] Lerman [1986], p. 238-252.

[51] Lerman [1987], p. 39-60.

[52] Lerman [1992], p. 33-52.

[53] Sur toutes ces représentations, cf. Barthélemy et Guénoche [1988], p. 13 sq.

[54] cf. Chandon et Pinson [1981], p.219.

[55] La notion de classification floue qu'utilise I.C. Lerman ne doit rien à L.A. Zadeh qui, dans le cadre de la théorie des sous-ensembles flous, a défini un formalisme particulier pour représenter des relations de similarité et des ordres flous. Cf. Zadeh [1970]; cf. Kaufmann [1975].

[56] Jambu [1978], tome 1, p. 284, tome 2, p. 205.

[57] Gondran [1976], 22-23, p. 181-189. Cf. Jambu [1978], tome 1, p. 115-118.

[58] Gondran et Minoux [1979], p. 360 et p. 372-373.

[59] cf. Comtet [1970], p. 67-71.

[60] Gondran et Minoux [1979], p. 114.

[61] C'est ce qu'avait commencé de faire le mathématicien G. Kurepa dans sa thèse où il définit de telles relations sur des arbres infinis. Cf. Kurepa [1935], p. 1-138.

[62] Le logicien L. Apostel a posé, naguère, de telles questions : cf. Apostel [1963].

[63] Cela supposerait, par exemple, qu'il existe une limite à la quantité d'information traitable dans une certaine unité de temps.

[64] La démarche a été esquissée par Jumarie [1990] et nous l'avons reprise et développée dans Parrochia [1994].

[65] Jambu [1978], tome 2, p. 206 sq.

[66] Benzécri [1973], tome 1, p. 193-194.

[67] Cf. Gouguenheim [1990], p. 24-25; cf. «L'analyse par ondelettes», *Pour la Science*, septembre 1987.

[68] Un nombre important de travaux devrait être mentionnés ici. Contentons-nous de citer ceux de Shelah [1978] et Girard [1987].

[69] Bourbaki [1970], E III. 87.

BIBLIOGRAPHIE

Aho, A.V., Hopcroft, J.E, Ulmann, J.D., *Data Structures and algorithms*, Reading (Mass.), Addison-Wesley Publishing Company, 1983.

Apostel, L., «Le problème formel des classifications empiriques», in *La Classification dans les Sciences*, Gembloux, Duculot, 1963.

Aristote, *Premiers Analytiques*, I, 31 ; *Seconds Analytiques*, II, 5 et 13 ; pour la critique de la méthode de division, cf. Les *Parties des Animaux*, 642 a-643 b.

Auray, J.P., Duru, G., Zighed, A., *Analyse des données multidimensionnelles*, Lyon, Editions A. Lacassagne, 1990.

Barthélemy, J.-P., A. Guénoche, *Les arbres et les représentations des proximités*, Paris, Masson, 1988.

Benzécri, J.-P., et collaborateurs, *L'analyse des données, 1 ; La taxinomie, 2 Correspondances*, Paris, Dunod, 1973.

Benzécri, J.-P. et coll., Pratique de l'analyse des données, Dunod, 1981.

Benzécri, J.-P., *Histoire et préhistoire de l'Analyse des Données*, Paris, Dunod, 1982

Béthery, A., *Abrégé de la classification décimale de Dewey*, Paris, Cercle de la librairie, 1982.

Birkhoff, G. *Lattice theory*, A.M.S., 1967.

Bourbaki, N. *Théorie des ensembles*, Paris, Hermann, 1959.

Chandon, J.-L, S. Pinson, *Analyse typologique*, Paris, Masson, 1980.

Chénique, F., *Eléments de logique classique*, Paris, Dunod, 1975.

Claudel, P. : *La philosophie du livre*, Maestricht, Stols, 1926.

Clavier, H. : *Grille et profil encyclopédiques*, Paris, Hermann, 1942.

Comtet, L., *Analyse combinatoire*, Paris, P.U.F., 1970.

Conway, J.H., Sloane, N.J.A., *Sphere Packings, Lattices and Groups*, New York, Berlin, Springer-Verlag, 1988.

Cooper, D.G., *La classification périodique des éléments chimiques*, Paris, Dunod, 1967.

Dagognet, F., *Tableaux et langages de la chimie*, Paris, Seuil, 1969.

Dagognet, F., *Le catalogue de la vie*, Paris, P.U.F., 1970.

Dagognet, F. : *Le Nombre et le lieu*, Paris, Vrin, 1984.

Dagognet, F., *Corps réfléchis*, Paris, O. Jacob, 1990.

Dahlberg, I. : "Classification theory, yesterday and today", *International Classification 3* (1976), n°2, pp. 85-90.

Damien, R., *Bibliothèque et Etat, naissance d'une raison politique dans la France du XVIIe siècle*, Paris, PUF, 1995.

De Grolier, E. : *Etude sur les catégories générales applicables aux classifications documentaires*, Unesco, 1962.

Diderot, D., *Œuvres*, Paris, Gallimard, 1951.

Dobrowolski, Z. : *Etude sur la construction des systèmes de classification*, Paris, Gauthier-Villars, 1964.

Durkheim E., et Mauss, M., «De quelques formes primitives de classification», in Mauss, M., *Essais de Sociologie*, Paris, Minuit, 1968; collection Point, 1971, p. 162-230.

Foucault, M., *Les Mots et les Choses*, Paris, Gallimard, 1966.

Gandillac, M. de : "Encyclopédies pré-médiévales et médiévales", in *Cahiers d'histoire mondiale*, 1966, IX, 3, pp. 8-42.

Gilson, E. : *Index scolastico-cartésien*, Paris, Vrin, 1966.

Girard, J.-Y. *Proof Theory and logical Complexity* (tome 1), Naples, Bibliopolis, 1987.

Gondran, M., « La structure algébrique des classifications hiérarchiques », *Annales de l'Insee,* 1976, 22-23.

Gondran, M., Minoux, M., *Graphes et algorithmes*, Paris, Eyrolles, 1979.

Goody, J., *La Raison graphique*, tr. fr. Paris, Minuit, 1979.

Gouguenheim, L., «La structure de l'univers, analyse par ondelettes et répartition des galaxies», *Pour la Science*, octobre 1990

Granger, G.-G., *La théorie aristotélicienne de la science*, Paris, Aubier-Montaigne, 1976.

Granger, G.-G., *Pensée formelle et sciences de l'homme*, Paris, Aubier-Montaigne, 1967.

Gusdorf, G. : *Les Principes de la Pensée au siècle des Lumières*, Paris, Payot, 1971.

Hillman, D.J., «Mathematical classification technics for non-static document collections, with particular reference to the problem of revelance», in *Classification Research*, Elsinore Conference Proceedings, Munksgaard, Copenhagen, 1965, pp. 177-209.

Jambu, M., *Classification automatique pour l'analyse des données, tome 2, logiciels,* Paris, Dunod, 1983.

Joly, R., *Le thème philosophiques des genres de vie dans l'antiquité classique*, Bruxelles, 1956.

Jumarie, G, *Relative information*, Springer Verlag, 1990.

Kant, *Critique de la Raison Pure*, tr. fr. Trémesaygues-Pacaud, Paris, P.U.F., 7e ed., 1968.

Kant, *Logique*, tr. fr. Paris, Vrin, 1970.

Kaufmann, A., *Introduction à la théorie des sous-ensembles flous, tome 3, Application à la classification et à la reconnaissance des formes, aux automates et aux choix des critères*, Paris, Masson, 1975.

Krastner M., *Espaces ultramétriques et ultramatroïdes*, Séminaire, Faculté des Sciences de Paris, 1953-1954.

Kurepa, G., *Ensembles ordonnés et ramifiés*, thèse, Paris, 1935; Public. math. de l'Université de Belgrade, 4, 1935.

Larson, J.A., Walden, W.E., Comparing insertion shemes used to update 3-2 trees», *Information Systems*, vol.4, 1979, p. 127-136.

Lerman, I.C., *Les bases de la classification automatique*, Paris, Gauthier-Villars, 1970.

Lerman, I.C., *Classification et analyse ordinale des données*, Paris, Dunod, 1981.

Lerman, I.C., «Rôle de l'inférence statistique dans une approche de l'analyse classificatoire des données, *Journal de la société de statistique de Paris*, n°4, 4e trimestre 1986, p. 238-252.

Lerman, I.C., «Construction d'un indice de similarité entre objets décrits par des variables d'un type quelconque. Application au problème du consensus en classification», *Revue de statistique appliquée*, 1987, XXXV (2), p. 39-60.

Lerman, I.C., «Conception et analyse de la forme limite d'une famille de coefficients staitstiques d'association entre variables relationnelles», 1ère partie, *Mathématiques, informatique et sciences humaines*, 30e année, n°118, 1992, p. 33-52.

Lévi-Strauss, C., *La pensée sauvage*, Paris, Plon, 1962.

Linné, C, «La Police de la Nature» (1760), in *L'Equilibre de la Nature*, tr. fr., Paris, Vrin, 1972.

Maniez, J. : *Les langages documentaires et classificatoires : conception, construction et uti- lisation dans les systèmes documentaires*, Paris, Les éditions d'organisation, 1987.

O'Meara, O.T., *Introduction to quadratic forms*, Berlin, Springer Verlag, 1973.

Parrochia, D. «Un modèle formel des processus dichotomiques platoniciens», *Revue de Métaphysique et de morale*, 1986, n°3.

Parrochia, D., *Mathématiques & existence*, Seyssel, Champ Vallon, 1991.

Parrochia, D., *La Raison systématique*, Paris, Vrin, 1993.

Parrochia, D., *Cosmologie de l'Information*, Paris, Hermès, 1994.

Parrochia, D., «Algorithmics and the limits of complexity», *Science in Context*, 9, 1 (1996), p. 39-56.

Parrochia, D., «Bibliothèque et structuration du savoir», Revue *Le Télémaque*, n°9, février 1997.

Parrochia, D., «Classification et complexité dans l'Œuvre de F. Dagognet», à paraître in *F. Dagognet, philosophe et médecin*, sous la dir. de R. Damien, Paris, Les Empêcheurs de penser en rond, 1998.

Pearson, K., *The grammar of science*, London 1911.

Pérec, G., *Penser/Classer*, Paris, Hachette, 1985

Pierce, R.S., «Classification problems», *Mathematical System theory*, vol. 4, n°1, Mars 1970, pp. 65-80.

Platon, *Oeuvres Complètes*, Paris, Gallimard, 1951.

Propp, V., Morphologie du conte, tr. fr. Point-Seuil, 1969.

Rasiowa, H., *An algebraïc approach to non-classical logics*, Amsterdam, North Holland, 1974.

Rescher, N. : *Cognitive systematization*, Oxford, Basil Blackwell, 1979.

Riordan, J., *Introduction to combinatorial analysis*, New York, Wiley, 1958.

Roux, M., *Algorithmes de classification*, Paris, Masson, 1985.

S. Shelah, *Classification Theory, and the number of non-isomorphic models*, North Holland, 1978.

Taffarelli, J.-L. : *Les systèmes de classification des ouvrages encyclopédique*, thèse de 3ème cycle, Lyon, 1980.

Todorov, T., *Tableau de la littérature fantastique*, Paris, Seuil, 1975.

Totok, W. : "*The ordering of knowledge and the knowledge of ordering between Renaissance and Enlightenment*" , International Classification 8 (1981), n°1, pp. 1-9.

Van Cutsem B. (ed.), *Classification and dissimilarity analysis*, Springer Verlag, 1994.

Van Slype, G. : *Les langages d'indexation : consception, construction et utilisation dans les systèmes documentaires*, Paris, Les éditions d'organisation, 1987.

Vickery, R.C., *La classification à facettes, guide pour la construction et l'utilisation de schémas spéciaux*, tr. fr. Paris, Gauthier-Villars, 1963.

Zadeh, L.A., «Similarity relations and Fuzzy ordering», E.R.L. Report n° M277, Elect. res. Lab. Univ. of Californian Berkeley, July, 1970.